

例題 9A (理想気体の内部エネルギー, 比熱の体積依存性)

理想気体の状態方程式

$$pV = NRT$$

に従う気体について以下の問いに答えよ.

1. この気体の内部エネルギーは温度のみの関数であり, 体積には依存しないことを示せ. (ヒント: 関係式 $(\frac{\partial U}{\partial V})_T = T(\frac{\partial p}{\partial T})_V - p$ を用いよ)
 2. 定積モル比熱 $c_V \equiv (\frac{\partial U}{\partial T})_V / N$ は温度のみの関数であり, 体積には依存しないことを示せ.
-

(解答例)

1.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p = T\left\{\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{NRT}{V}\right)\right\} - p = T\left(\frac{NR}{V}\right) - p = 0.$$

従って, 内部エネルギーは体積に依存しない.

2.

$$\frac{\partial}{\partial V}c_V = \frac{1}{N}\left\{\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V\right\} = \frac{1}{N}\left\{\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T\right\} = \frac{1}{N}\frac{\partial}{\partial T}(0) = 0.$$

従って, 定積モル比熱は体積に依存しない.