

まとめ 5. 内部エネルギーの存在

内部エネルギーの全微分 dU :

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V,N} dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T,N} dV$$

熱力学第一法則の“微分形”

$$d'Q - d'W = dU$$

任意の準静的なサイクルについて周回積分 \implies 第一法則の“積分形”

$$\oint_{[\text{準静的}]} \{d'Q - d'W\} = \oint_{[\text{準静的}]} dU = 0$$

内部エネルギー U と仕事 W による熱 Q の“定義” :

$$Q = \Delta U + W$$

$$\begin{aligned} d'Q &= dU + d'W \\ &= \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V,N} dT + \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T,N} + p \right\} dV \end{aligned}$$

熱容量

$$\begin{aligned} C_V &= \left. \frac{d'Q}{dT} \right|_{dV=0} = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V,N} \\ C_p &= \left. \frac{d'Q}{dT} \right|_{dp=0} = C_V + \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T,N} + p \right\} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{p,N} \end{aligned}$$

断熱過程の条件 ($d'Q = 0$)

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V,N} dT + \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T,N} + p \right\} dV &= 0 \\ \therefore \left. \frac{dT}{dV} \right|_{d'Q=0} &= - \frac{\left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T,N} + p \right\}}{C_V} \\ &= - \frac{T}{C_V} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{V,N} \quad (\text{断熱曲線}) \end{aligned}$$

ただし, 関係式 $\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{T,N} = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{V,N} - p$ を用いた. 10章 U と S の関係を参照のこと.

予習のために：

- (フェルミ) p.19– 21
- (戸田) p.22–28
- (三宅) p.8, p.28– 31