

問題 1-1 (アボガドロ定数と分子密度のゆらぎ (標準偏差) の大きさ)

N をアボガドロ定数 N_A と同程度の数とする。 N 個の分子が、体積 V の箱の中に入っていると
する。分子は箱の中に一様に分布しているとすれば、一つの分子が、箱の中の体積 V_1 の領域に存
在する確率 p は、 $p = V_1/V$ とおくことができる。このとき、 N 個の分子のうち、 n 個が体積 V_1
の領域に入っている確率は、

$$P_n = {}_N C_n p^n (1-p)^{N-n}, \quad {}_N C_n = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

となる。以下の問いに答えよ。ただし、2項展開についての公式、

$$\sum_{n=0}^N {}_N C_n p^n q^{N-n} = (p+q)^N \quad (1)$$

$$\sum_{n=0}^N n {}_N C_n p^n q^{N-n} = Np(p+q)^{N-1} \quad (2)$$

$$\sum_{n=0}^N n^2 {}_N C_n p^n q^{N-n} = N(N-1)p^2(p+q)^{N-2} + Np(p+q)^{N-1} \quad (3)$$

を用いてよい¹。

- (1) 体積 V_1 の領域に存在する分子の個数 n の平均値 $\langle n \rangle$ を求めよ。
- (2) 体積 V_1 の領域に存在する分子の個数 n の分散 $\langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle$, および、標準偏差 $\Delta n = \sqrt{\langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle}$
を求めよ。
- (3) $\Delta n / \langle n \rangle$ が 10^{-12} 程度の値になることを確かめよ。

問題 1-2 (液体温度計の使用可能範囲)

水銀、アルコールの凝固点、沸点は、それぞれ、何 であるか。これらの値より、水銀温度計、
アルコール温度計の使用可能な温度の範囲は、どのくらいになるといえるか。

問題 1-3 (孤立系の例)

孤立系の例をあげよ。

問題 1-4 (気体定数 R の値)

1 mol の気体は、0 , 1 気圧の下で、22.4 L の体積を占める。これより、気体定数 R の値は
 $R = 8.31 \text{ J/K} \cdot \text{mol}$ となることを示せ。

問題 1-5 (気体の密度)

温度 0 , 1 気圧における窒素の密度を求めよ。

¹公式 (2) は、公式 (1) を p について微分した後、 p をかけることで得られる。同様に、公式 (3) は、公式 (2) を p
について微分した後、 p をかけることで得られる。

問題 1-6 (空気の平均分子量)

水蒸気を含まない空気は、窒素 N_2 、酸素 O_2 、アルゴン Ar が 質量比 75.53 : 23.14 : 1.28 で混合している気体である。空気の平均分子量を求めよ。ただし、 N_2 、 O_2 、 Ar の分子量は、それぞれ 28.01、32.00、39.94 とする。

問題 1-7 (ファン・デル・ワールスの状態方程式)

1 モルの気体に対するファン・デル・ワールスの状態方程式は

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad (4)$$

で与えられる。 V - p 平面上で、いろいろな温度 T に対して等温曲線を描け。

問題 1-8 (CO_2 ファン・デル・ワールス気体の臨界温度)

二酸化炭素 CO_2 が、ファン・デル・ワールスの状態方程式を満たすものとして、表 1 に与えられた CO_2 のファン・デル・ワールス定数から、 CO_2 の臨界温度をもとめよ。

表 1: ファン-デル-ワールス定数

	a ($\times 1.013 \times 10^5$ Pa cm^6 mol^{-2})	b (cm^3 mol^{-1})
He	0.0341×10^6	23.7
Ne	0.212×10^6	17.1
H_2	0.244×10^6	26.6
N_2	1.39×10^6	39.1
O_2	1.36×10^6	31.8
CO	1.49×10^6	39.9
CO_2	3.59×10^6	42.7
H_2O	5.46×10^6	30.5
N_2O	3.79×10^6	44.1
NH_3	4.17×10^6	37.1
CH_4	2.25×10^6	42.8

問題 1-9 (ゴムの張力)

市販のゴムひもの張力を測定して、状態方程式 $X = a(l)T$ における係数 $a(l)$ の値を概算せよ。また、ゴムひもの張力の温度変化を、適当なおもりをつり下げた状態で、ゴムひもをドライヤーで熱することで調べてみよ。

問題 1-10 (食塩水の浸透圧)

1.0 L の水に、30 g の塩化ナトリウム $NaCl$ (食塩) を溶かした水溶液の浸透圧を求めよ。ただし、温度は 25 とする。

問題 1-11 (光子気体の圧力)

$T = 2000K$ における、光子気体の圧力を求めよ。