

例題 4A (理想気体の内部エネルギー)

理想気体の定積モル比熱を c_V とするとき，理想気体の内部エネルギー $U(T, V, N)$ は，

$$U(T, V, N) = Nc_V T + Nu_0$$

となる。ここで， u_0 は T, V, N に依存しない定数である。この結果を示せ。

(解答例)

系の任意の状態 $P\{T, V, N\}$ について，基準状態 $O\{T_0, V_0, N\}$ から状態 P への準静的過程 OP をどのように選んでも，状態 P での内部エネルギー $U(T, V, N)$ の値は変わらない。そこで，準静的過程 OP を，状態 $C\{T, V_0, N\}$ を経由するように，準静的定積過程 OC と準静的等温過程 CP からなる過程にとる (図 1)。

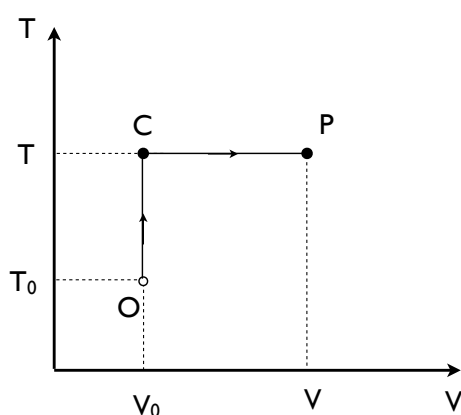


図 1: 理想気体の内部エネルギーをきめる準静的過程の経路

準静的定積過程 OC で，系が吸収する熱量 Q は，定積モル比熱 c_V を用いて， $Q = Nc_V(T - T_0)$ と与えられる。このとき，外界にする仕事 W はゼロである。したがって，過程 OC からの $[Q - W]_{OP}$ への寄与は， $[Q - W]_{OC} = Nc_V(T - T_0)$ となる。準静的等温過程 CP からの寄与は，理想気体ではゼロであるから， $[Q - W]_{CP} = 0$ となる。したがって，

$$\begin{aligned} [Q - W]_{OP} &= [Q - W]_{OC} + [Q - W]_{CP} \\ &= Nc_V(T - T_0) + 0 \end{aligned} \quad (1)$$

これより， $u_0 = -c_V T_0$ とおけば，状態 $P\{T, V, N\}$ での内部エネルギー U は，次のように求められる。

$$\begin{aligned} U(T, V, n) &= [Q - W]_{OP} \\ &= Nc_V T + Nu_0 \end{aligned} \quad (2)$$

このように，理想気体の内部エネルギー U は，定積モル比熱 c_V で決まり，温度 T と物質質量 (モル数) N のみの関数になっている。体積 V には依存しない。