

例題 7A (理想気体の内部エネルギー, 比熱の体積依存性)

理想気体の状態方程式

$$pV = NRT$$

に従う気体について以下の問いに答えよ.

1. この気体の内部エネルギーは温度のみの関数であり, 体積には依存しないことを示せ. (ヒント: 関係式 $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$ を用いよ)
 2. 定積モル比熱 $c_V \equiv \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V / N$ は温度のみの関数であり, 体積には依存しないことを示せ.
-

(解答例)

1.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p = T \left\{ \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{NRT}{V} \right) \right\} - p = T \left(\frac{NR}{V} \right) - p = 0.$$

従って, 内部エネルギーは体積に依存しない.

2.

$$\frac{\partial}{\partial V} c_V = \frac{1}{N} \left\{ \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \right\} = \frac{1}{N} \left\{ \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right\} = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial T} (0) = 0.$$

従って, 定積モル比熱は体積に依存しない.