

例題 7 (理想気体のエントロピー, 断熱過程)

1.  $N$  モルの理想気体のエントロピー  $S$  を温度  $T$ , 体積  $V$ , モル数  $N$  の関数として与えよ.
2. 準静的な断熱過程では次の関係式が成り立つことを示せ.

$$TV^{R/c_V} = \text{一定}, \quad pV^{R/c_V+1} = \text{一定}.$$

(解答例)

1.

$$d'Q = dU - d'W = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p \right\} dV = Nc_V dT + \frac{NR}{V} dV$$

より

$$dS = \frac{d'Q}{T} = \frac{Nc_V}{T} dT + \frac{NR}{V} dV$$

例えば, 図 1 のような経路にそって線積分して,

$$S(T, V, N) = \int_{(V_0, T_0)}^{(V_0, T)} \frac{Nc_V}{T} dT + \int_{(V_0, T)}^{(V, T)} \frac{NR}{V} dV = Nc_V \ln T + NR \ln V + a.$$

ただし  $a$  は積分定数であり, この場合,  $a = -Nc_V \ln T_0 - NR \ln V_0$  である.

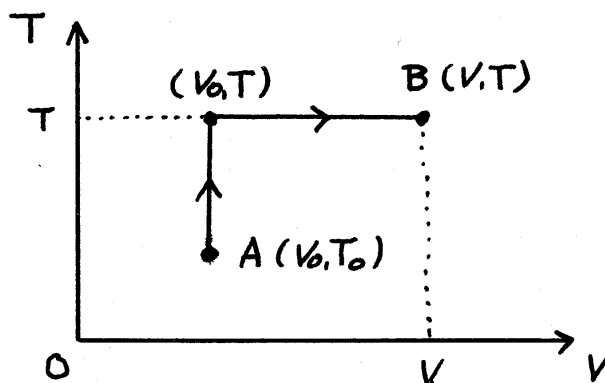


図 1: 積分経路

2. 断熱過程では  $dS = \frac{1}{T} d'Q = 0$ , すなわち, エントロピー一定.

$$S(T, V, N) = Nc_V \ln T + NR \ln V + a = Nc_V \ln (TV^{R/c_V}) + a$$

が一定であるから,

$$TV^{R/c_V} = \text{一定}, \quad pV^{R/c_V+1} = \text{一定}$$

が従う.