まとめ　2. 熱力学第一法則 (2)：全微分, 比熱と内部エネルギー, 気体の断熱変化

第一法則の数学的表現 –全微分と積分可能性–：

- 数学的表現

  $\oint (d'Q - d'W) = 0$　[積分形]

  $dU = d'Q - d'W$　[微分形]

- 全微分 dU (N 一定)

  $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$

  $\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)$　:　$\oint dU = 0$　[積分可能性]

比熱と内部エネルギー：

$$Nc_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

$$Nc_p = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left\{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right\}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

理想気体の場合：

$c_p - c_V = R$　(Mayer の関係式)

気体の断熱変化：

$$d'Q = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left\{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right\} dV = 0$$

$\Longrightarrow$ 準静的断熱過程における温度 T と体積 V の関係

理想気体の場合：

$$d'Q = Nc_V dT + \frac{NRT}{V} dV = 0$$

$\Longrightarrow$　$TV^{R/c_V} =$ 一定,　$pV^{c_p/c_V} =$ 一定　(Poisson の関係式)

cf. 準静的等温過程　$pV =$ 一定