以下の訳では、cgs 系であたえてある問題を適当に国際単位系 (SI 系) に変えて訳している。

CHAPTER SIX

6.1 Fig5.1b の電流 I が 20A であるとせよ。導線間の距離は 5cm である。一方の導線に働く力の水平方向成分は単位長さあたりどれだけか。 $(1.6 \times 10^{-3}\mathrm{N/m})$

6.2 直径 4cm のアルミニウム棒を 8000A の電流が流れている。電流密度が一様であると仮定して棒の中心軸からの距離がそれぞれ 1cm、2cm、3cm のところの磁束密度の大きさをもとめよ。(0.04T,0.08T,0.053T)

6.3 Eq.4.1 で与えられる円輪電流の作る磁場の中心軸上の点での磁束密度を考えよう。$-\infty$ から ∞ までの線積分を実行して一般公式

$$\int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{s} = \mu_0 I \tag{1}$$

を確かめよ。

閉曲線上の積分になるために必要な復路部分を考えなくても良いのは何故か。(復路を半径 r の大きな半円としたとき B_z の r 依存性と道のりの r 依存性を評価すれば良い。)

6.4 長い導線を図のようにヘヤピンの形に曲げた。半円の中心の点 P での磁束密度をもとめよ。$(\frac{\mu_0 I}{2r}(\frac{1}{\pi}+\frac{1}{2}))$

6.5 3 本の直線の導線を図のように平行に置いた。一本の導線に上から紙面に向かう向きに $2I$ の電流を流し、他の 2 本には逆向きに I なる電流を流した。点 P_1 と点 P_2 での磁束密度の大きさはそれぞれいくらか。 $(\frac{\mu_0 I}{\pi\sqrt{2}d},0)$

6.6 Fig.6.4b の電流 I_2 が I に等しいが逆向きに流れていて CD は GH から斥けられているとしよう。さらに AB と EF は GH の上方で直交する向きにあり、BC の長さは 30cm で CD は 15cm の長さになっていて (a) のように直径 1mm の銅線である導体 BCDE の単位長さあたりの重さは 0.008N/m であるとしよう。ぶら下げられた枠は $1.5\mathrm{cm}(=r=d)$ だけ鉛直からずれてつりあった。電流の大きさはいくらか。この釣合いは安定か。 (9.49A)

6.7 地球の金属状の芯は地球半径のおよそ半分である 3000km ほど広がっている。地球表面上の北磁極での磁束密度のおよその大きさ 0.5ガウス $(=5\times10^{-5}\mathrm{T})$ がこの芯の赤道を廻る電流で作られていると想像せよ。このとき電流の大きさは何 A か。 $(2.7\times10^{9}\mathrm{A})$

6.8 I なる電流が流れている導線が y 軸上を原点まで下がり、その後 x 軸の正の部分を無限遠までのびている。xy 平面の $x>0$、$y>0$ なる象限での磁束密度が

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi}(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{x}{y\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{y}{x\sqrt{x^2+y^2}}) \tag{2}$$

で与えられることを示せ。

6.9 方位磁針近くを流れる電流の影響を発見した実験の記述の中で H.C. Oersted は次のように書いている。: ”接続導線が磁針から 3/4 インチ以下の距離のときには磁針の偏角は約 45° であった。距離が増すとこの角度はそれにつれて減少していった。また、偏角は電池の出力によっても変化した。”

エールステッドの"接続導線"を何Aの電流が流れていただろうか。1820年当時のコペンハーゲンの地磁気の水平成分は今日と同じく0.2ガウスであったと仮定せよ。(2A)

6.10 50kVの直流出力ラインが2m離れた2つの導体からできている。このラインが10MW($=10^7$W)の出力を提供しているとき、導体間の中間線での磁束密度はいくらか。(0.8ガウス)

6.11 直径8cmの円筒状にNo.14銅線を2層に巻いてソレノイドコイルを作った。各層は1cmあたり4巻きでありコイルの長さは32cmである。導線表から読むとNo.14銅線は直径0.163cmであり長さ1mでは75°Cで0.010Ωの抵抗を持っている。(コイルは熱くなる。)コイルに50Vの電源をつないだときソレノイドの中心の磁束密度はいくらか。また消費電力は何Wか。(0.73T,3750W)

6.12 Iなる電流が図の導線枠を流れる。
(a) 立方体の中心Pでの磁束密度の方向はどうか。(y軸の正方向)
(b) 重ね合わせによりPの磁場は右図の一個の正方形の枠で置き換えたものと同じであることを示せ。

6.13 とても一様な磁場の作り方として非常に長いソレノイドを用いてその中の真中だけを使う方法がある。もちろんこれは便利だがスペースと電力の浪費でもある。2つの短いコイルあるいは電流環をうまく使ってかぎられた領域でとても一様な磁場を作り出す方法を考えてみよ。
ヒント: 2本の共軸の半径aなる電流環を軸方向に距離bだけ離して置いた場合を考えてみよ。2つのコイルの中心軸上の真中の点の付近での磁場の一様性を調べてみよ。与えられた半径aのコイルの場合にこの領域での磁場ができるだけ一様になるコイル間距離bを求めよ。(真中の点で磁束密度の軸方向成分の軸間距離に関する2次微係数がゼロであれば良い。$b=a$)

6.14 断面が正方形の円環面に均質にコイルが巻かれている。全部でN巻きである。その部分を図示した。びっしり巻いてあるので上下の面上では電流はきっちり放射状に、また内と外の円筒面上では電流は正確に縦に流れていると仮定する。まづ仮定された対称性から磁場はどこでも円周状分布になっている、つまりすべての磁力線は円環の中心軸を取り囲む円になっていることを確かめよ。次に中心部分の孔の中側も含めて円環面の外部ではすべての点で磁場はゼロであることを証明せよ。そして半径の関数として円環面内部の磁束密度の大きさを表せ。($B(r)=\mu_0 NI/2\pi r$)

6.15 精密磁場測定実験を行ないたい物理屋がおよそ$30\times30\times30\mathrm{cm}^3$の領域で地磁気を打ち消して残留磁束密度がどこでもその領域では10ミリガウス以下にしたかった。この場所での地磁気の強さは0.55ガウスで30度上向きである。地磁気はこの領域内では1ミリガウスの程度では一定であると思って良い。(地磁気自体は1フィートやそこいらでは変動しないが実験室には他の原因の揺らぎがたいていの場合ある。)この要求に耐えられるコイルを考えてみよ。また地磁気打ち消し系で必要になるアンペヤ巻き(ampere turns)を見積もれ。(上に30°傾いた直径50cmで長さ1.2mのソレノイドコイルでは中心軸上にある立方体の磁束密度の中心と側面上の点の値のずれは±2%内におさまる。0.057A·turns/mの電流を流せば良い。)

6.16 図に示したように直径8cmの銅の長い丸棒の中を中心をずらして長い円柱状にくりぬいた。この導体には紙面の表から裏への方向に900Aの電流が流れている。大きい円柱の中心軸上の点Pの磁束密度の向きと大きさを求めよ。(くりぬく前の磁束密度はゼロであるからくりぬかれた部分だけの磁束密度の反対符号になる。30ガウス)

6.17 重ね合わせによりソレノイドの磁場についていろいろ分かることがある。アイディアは長さL

の同一半径の 2 つのソレノイドをくっつければ長さ $2L$ の 1 つのソレノイドになる点にある。2 つの半無限のソレノイド (片端だけが見えていてもう一方の端は無限のかなたにある。) を付合わせれば 1 つの無限長のソレノイドになるとかいった点である。こうして次の事が分かるはずである。:

(a) 図 (a) の有限長のソレノイドでは中心軸上の端の点 P_2 の磁束密度は真中の点 P_1 の値のほぼ半分である。(半分よりちょっと大きいか小さいか。)（2 つくっつけてできるかなり長いが有限の長さのソレノイドの真中の点 P_2 と真中からずれた点 P_1 の B の値を比べればよい。)
(b) 図 (b) の半無限のソレノイドでは開口端をちょうど通る磁力線 FGH は G から無限にのびる直線である。(もしソレノイド側面と直交しなければ 2 つくっつけて無限長のソレノイドを作ったとき、外部磁場がゼロではなくなってしまう。これは矛盾)
(c) 半無限ソレノイドの開口面を通りぬける $\boldsymbol{B}$ の束はコイルのずっと奥の部分での磁束のちょうど半分である。 (無限長のソレノイドの内部磁場は一定。よって問題の磁束の比は 1/2)
(d) コイルの奥深いところで中心軸から距離 $r_0$cm を通った磁力線は開口面では半径 $r_1 = \sqrt{2}r_0$ の円周上を通って出てくる。($B_D = B_C/2$、$B_D\pi r_1^2 = B_C\pi r_0^2$)
以上を証明せよ。その他に何が分かるか。

6.18 薄くて長い 2 本の同軸アルミ円筒面が電位差 15,000V まで帯電させられた。中の円筒面の外径が 6cm で外の円筒面の内径が 8cm である。外側の円筒面は静止のまま、中側の円筒面を一定の回転速度で毎秒 30 回転させた。できる磁場はどれだけか。(磁場は中側の円筒面の内側にしか存在せず大きさは 1.09×10^{-10}T) 2 つの円筒面を同じ方向に毎秒 30 回転させたとき磁場はどうなるか。(磁場は 2 つの円筒面の間の領域にしか存在しなくて大きさは -1.09×10^{-10}T)

6.19 ある学生が次のように言った。”磁気現象だと考えていた電流同士の力が動いている電荷同士の作る電場で説明されることが大体分かったと思う。でも Fig.5.1c にある金属板が 2 つの導線間の相互作用をどうして遮蔽しないのか。” これを説明してみよ。(実験室系では静止している金属板も試験電荷の静止系でみたら動いている。この影響を考えてみよ。)

6.20 面の両側で磁束密度の面と平行な成分の大きさが等しく、向きが 90° 違っている場合を想定せよ。面には力が働くか。面電流に働く力の公式を使うことができるか。(234 頁の Eq.48 $\frac{1}{2\mu_0}[({B_z}^+)^2-({B_z}^-)^2]$ により面 $1\mathrm{m}^2$ あたりに働く力、つまり圧力が与えられる。よって今の場合の圧力はゼロである。 また面電流の作る磁束密度は面と平行な成分しか持たなくて面の両側で大きさは等しい。よって面電流の作る磁場がこの磁場につけくわわってもやはり面には圧力が働かない。)

6.21 平行電流同士はたがいに引力を及ぼすので Problem 6.2 の導体棒を流れる電流は中心軸付近に集中してしまうのではないかと考えるかもしれない。すなわち伝導電子が金属内部で均等に分布するのではなく軸に向かって集中してほとんどの電流がそこに集まってしまうのではないかと考えるかもしれない。そうなってないのは何が妨げているのか。全然こんな事は起こらないのだろうか。もし起こり得るのならこの効果を検証する実験を考えてみよ。 (金属内では伝導電子が軸付近に集まってしまうと余分な負電荷が存在することになりそのため外向きの電場が発生し電子を押し出そうとする。この電場による力と磁気的引力がつりあって電子の中心軸方向への運動が抑制される。密度 n の電子群集団の半径が今 r から Δr だけ減じたとすると長さが L の円柱内で余分になった電荷は $L\cdot 2\pi r\cdot ne$。作られる電場は $ne\Delta r/\epsilon_0$。伝導電子の平均速度を v で表すと電場による力と磁場 ($B = \mu_0 nev^2r/2$) による力のつりあいの条件は $ne\Delta r/\epsilon_0 = vB$。よって $\Delta r/r = v^2/2c^2$。この集中傾向を普通の金属内では $v/c \approx 10^{-10}$ だから小さすぎて測定困難である。だがプラズマ中ではこれはピンチ効果という重要な効果になる。)

6.22 一定磁場中の環状閉電流に働くトルクを求めるのがこの問題の目的である。一定の場の量 $\boldsymbol{B}$ が空間内のある方向を向いている。座標系を $\boldsymbol{B}$ が x 軸と直交するように取ろう。そして環状閉電流が図で示したように xy 平面上にあるものとしよう。環の形やサイズは任意である; 電流は合力がゼロになる様に細くよじった導線を通して与える。 環の微小素片を取り上げて x 軸に関するトルクの寄与をもとめよう。力の z 成分だけと $\boldsymbol{B}$ の y 成分だけが問題である。その y 成分を図では $\hat{\boldsymbol{y}}B_y$ と示した。

全トルクを与える積分表式を書け。($\oint IB_y y dx$) そしてこの積分は定数因子を除くと環の囲む面積になっていることを示せ。環状電流の磁気モーメント $\boldsymbol{m}$ は大きさ Ia -ここで I はアンペア単位の電流、a は平方メートル単位の環の囲む面積- で向きは図で示したように電流の向きにネジをまわしたとき右ネジの進む方向で指定される面の法線方向とするベクトルで定義される。(環状電流およびその磁気モーメントについては Chapter 11 でもう一度ふれる。) この結果は任意の環状電流に働くトルク $\boldsymbol{N}$ はベクトル式

$$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B} \tag{3}$$

で与えられることを意味しているがこのことを示せ。

環状電流に働く力はいくらか。 (合力はゼロ)

6.23 いくつかの目的のために負荷電水素イオンを加速器で加速することが役立つ。負荷電水素イオン H^- は水素原子に余分な電子が一つくっついたものである。束縛はかなり弱い。; たった $4.5 \times 10^8 \mathrm{V/m}$ (原子の尺度でみるとかなり弱い場である。) で余分な電子を引き剥がせ水素原子を後に残すことができる。H^- イオンを 1GeV (10^9eV) の運動エネルギーになるまで加速したいとき、最終エネルギーまで同一円軌道をイオンが描くようにさせるには磁束密度の最大値はいくらか。(この問題の γ を求めるには H^- イオンの静止質量が陽子の値とほぼ等しい 1 GeV であることだけが必要になる。) ($\gamma = 2$、$B \leq 4.5/3\sqrt{3} = 0.87\mathrm{T}$)

6.24 電子が半径 10^{-8}cm の円軌道上を $0.01c$ の速さで動いている。円軌道の中心での磁束密度の大きさはいくらか。(この値が原子中の電子による磁場のオーダーをあたえる。) ($B = 4.8\mathrm{T}$)

6.25 z 方向を向いた一様な場 : $B_x = 0, B_y = 0, B_z = B_0$ に対するベクトルポテンシャルを考えることができるか。 ($\boldsymbol{A} = \frac{1}{2}\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{r}$)

6.26 断面が半径 r_0 の円の導線に一様な密度で電流 I が流れている。導線の中心軸を z 軸とし、電流の方向を $\hat{z}$ とする。$\boldsymbol{A} = constant \times \hat{\boldsymbol{z}}(x^2 + y^2)$ なる形のベクトルポテンシャルが導線内のすべての点でのこの電流が作る磁束密度 $\boldsymbol{B}$ を正しくあたえることを示せ。定数の値はいくらか。 (定数 $= -\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0^2}$、$(B_x, B_y, B_z) = (-\frac{\mu_0 I y}{2\pi r_0^2}, \frac{\mu_0 I x}{2\pi r_0^2}, 0)$)

6.27 磁束密度が $\boldsymbol{B}$ の領域を電荷 q 静止質量 m の粒子が速度 $\boldsymbol{v}$ で動いている。ここで $\boldsymbol{B}$ は $\boldsymbol{v}$ と直交し、電場は存在しない。この粒子の軌道は $R = \frac{p}{qB}$ なる曲率半径 R の曲線であることを示せ。ここで p は粒子の運動量 $\beta\gamma mc$ である。(ヒント: $q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ なる力は粒子の運動量の方向を変えるだけでその大きさは変えないことに注意せよ。短時間 Δt に変わる $\boldsymbol{p}$ の方向の角度 $\Delta\theta$ はどれだけか。) $\boldsymbol{B}$ がどこでも同じなら粒子は円軌道を描く。一周するのに要する時間を求めよ。 ($\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{p} = \gamma m\boldsymbol{v}$、よって $\boldsymbol{p} \cdot \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{dp^2}{dt} = 0$。故に粒子の運動量の大きさ p は一定。$\boldsymbol{p} = p\hat{\boldsymbol{p}}$ とおくと運動量はその単位ベクトルの方向 $\hat{\boldsymbol{p}}$ が $\Delta\theta$ なる微小角だけ変わる。運動方程式より $p\Delta\hat{\boldsymbol{p}} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\Delta t$ となるので $\Delta\theta = qvB\Delta t/p = qB\Delta t/\gamma m$。曲率半径は $R\Delta\theta = v\Delta t$ より $R = \frac{p}{qB}$ となる。一定一様な磁場の場合一周するのに要する時間 T は $2\pi\gamma m/qB$)

6.28 磁束密度が 3×10^{-6} ガウスなる銀河内の星間磁場と直交する向きに 10^{16}eV ($\gamma=10^7$) の運動エネルギー陽子が運動している。その軌道の曲率半径はいくらか、また一周する時間はどれだけか。(6.27 の結果を使え。) ($R=10^{14}$km、$T\approx 70$ 年。)

6.29 高エネルギー加速器が 2 GeV の運動エネルギーの陽子ビームを作ったとする (つまり陽子一つあたり 2×10^9eV)。電流は 1mA、ビーム半径は 2mm であるとする。
実験室系で測ったとき
(a) ビームの中心軸から 1cm 離れたところにビームよってできる電場強度を求めよ。
(b) 同じ場所の磁束密度の大きさはいくらか。
陽子と共に動く系 F' で考えよう。この系で測った電場、磁場はいくらか。ここで陽子の静止エネルギーを 10^9eV とせよ。 ((a) $\gamma=3, \beta=2\sqrt{2}/3$、よって電荷線密度 $\lambda=I/v=3.5\times10^{-12}$A·s/m となるからガウスの法則より電場強度は $E=\lambda/2\pi\epsilon_0 r=6.3$V/m。(b) $B=2\times10^{-8}$T。系 F' では電場強度は $E'=E/\gamma=2.1$V/m、磁場は存在しない。)

6.30 (x,y,z) 座標系の原点の近傍で大きさ 3×10^6V/m で、x 軸と 30°、y 軸と 60° の角をなす方向の電場 $\boldsymbol{E}$ がある。F' 系はこの座標系の各軸と平行のの各軸をもつが、y 軸の正の向きに $0.6c$ の速さで動いている。F' 系の観測者が報告する電場の方向と大きさを求めよ。この観測者はどんな磁場を報告するか。 ((60') 式の変換則による。$E'=3\sqrt{91}/8\times10^6$V/m、電場は x'-y' 平面上にあり x' 軸と 24.8°、y' 軸と 65.2° の角をなす。$B'=6.5\times10^{-3}$T であり z' 軸に平行である。)

6.31 系 F の観測者によると xy 平面上に次のような事象が起きた。一定の速さ $0.6c$ で $\hat{\boldsymbol{y}}$ 方向に動いていた一価の正イオンが $t=0$ に原点を通過した。同じとき同じ速さで $-\hat{\boldsymbol{y}}$ 方向に動いていた同種イオンが x 軸上の点 $(2,0,0)$ を通過した。ここで距離は cm 単位である。
(a) $t=0$ で点 $(3,0,0)$ の電場の大きさと方向を求めよ。 ($\boldsymbol{E}=(2\times10^{-5},0,0)$V/m)
(b) この時刻とこの場所での磁束密度の大きさと方向を求めよ。 ($\boldsymbol{B}=(0,0,3.2\times10^{-14})$T)

6.32 ブラウン管 (CRT、陰極線管) 内を平行に並んで同じ速さで動いている 2 つの電子を考えよう。速度と直角に測った電子間距離が r である。実験室系でみた一方の電子に他方の電子が及ぼす力を求めよ。v が c に比べてとても小さいとき答えは $e^2/4\pi\epsilon_0 r^2$ になるはずである。しかし v は小さくないので注意しなければならない。
(a) 一番簡単な答えかたはこうである。; 電子と共に動く系に変換する。この系では 2 つの電子は静止していて、電子間距離はやはり r であり (何故か。) 力はちょうど $e^2/4\pi\epsilon_0 r^2$ である。ここで Chapter 5 の Eq.14 による力の変換則を使って実験室系に力を変換せよ。(どちらがダッシュ付きの系か注意せよ ; 実験室系の力は電子の静止系の力より強いか弱いか。) (電子 1 が電子 2 におよぼす力は F' 系では $\boldsymbol{E}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2}\hat{\boldsymbol{y}}'$ ここで $\hat{\boldsymbol{y}}$ と $\hat{\boldsymbol{y}}'$ は単位ベクトルで平行な電子の進行方向 $\boldsymbol{v}$ と直交する方向である。系 F での力は Eq.5.44 より $\boldsymbol{F}=\frac{1}{\gamma}\boldsymbol{F}'=\frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma}\frac{e^2}{r^2}\hat{\boldsymbol{y}}$)
(b) いつも実験室系だけで考えていても同じ答えになるはずである。実験室系で電子 1 のある瞬間の位置では電子 2 による電場および磁場の両方が存在する (Fig6.26 参照)。電子 1 が速さ v でこの場の中を動いているが、作用している力を計算せよ。そして (a) と同じ結果を得ることを示せ。場と力の方向を示す図を描け。 (電子 1 が電子 2 の場所に作る電場は F 系では Eq.5.12 より $\boldsymbol{E}=-\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2}\hat{\boldsymbol{y}}$。Eq.62 より $\boldsymbol{B}=\frac{1}{c^2}\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{E}$。よって電子 2 に作用するローレンツカ $\boldsymbol{F}$ は $\boldsymbol{F}=-e(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})=\frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma}\frac{e^2}{r^2}\hat{\boldsymbol{y}}$)
(c) $v\to c$ の極限で並んで動いている 2 つの電子間の力について何がわかるか。 ($\lim_{v\to c}1/\gamma=0$ より $\boldsymbol{F}\to 0$)

6.33 図は xy 平面上を動いている正イオンの経路を示している。$\hat{z}$ 方向に 6000 ガウスの一様な磁場が存

在している。イオンのサイクロイド軌道の各周期は 1ms である。存在しているはずの電場の大きさと方向はどうか。ヒント: 電場がゼロとなる系を考えよ。 ($\boldsymbol{E}_{\parallel} = E_y\hat{\boldsymbol{y}}; \boldsymbol{E}_{\perp} = E_x\hat{\boldsymbol{x}} + E_z\hat{\boldsymbol{z}}$ でベクトルの平行成分と直交成分を定義する。10^5m/s で y 方 10^5m/s で y 方 10^5m/s で y 方向に進む系 F' でみるとイオンは回転しているはず。この系で電場は観測されないはずだから $\boldsymbol{E}'_{\parallel} = \boldsymbol{E}_{\parallel}$, $\boldsymbol{E}'_{\perp} = \gamma(\boldsymbol{E}_{\perp} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_{\perp}) = 0$, $\boldsymbol{B}'_{\parallel} = \boldsymbol{B}_{\parallel} = 0$, $\boldsymbol{B}'_{\perp} = \gamma(\boldsymbol{E}_{\perp} - \frac{\boldsymbol{v}}{c^2} \times \boldsymbol{B}_{\perp})$。よって $\boldsymbol{E}_{\perp} = -\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}_{\perp} = -vB\hat{\boldsymbol{x}} = -6 \times 10^4\hat{\boldsymbol{x}}$V/m)

6.34 Rowland の実験での回転している円板のすぐ上の磁束密度の近似値を求めよ。必要なデータは Fig.6.27 に示したその論文の頁の記述から取れ。さらに回転円板の電位はその上下の接地板からみて回転中はほぼ 10kV であったことがわかっている。装置の欠く事のできない部分である左方の垂直管部中に示されている無定位磁力計の記述としてこの情報はもちろん彼の論文の後ろに与えられている。この磁力計は 2 本の逆向きの磁針が一本の吊糸にしっかりつながれてそのため地磁気によるトルクがたがいに打ち消し合うようになっている装置である。おもに近い方の磁針に作用する回転円板によりできる磁場は非常に強い一様磁場があるときでも検出できる。Rowland はこのことさえ用心すればよいというわけではなかったが。 (回転円板の回転角速度は $\omega = 120\pi\mathrm{s}^{-1}$、上下の接地ガラス板の内半径は $a = 4.45$cm、外半径は $b = 12.0$cm、回転円板とそれぞれの接地ガラス板との間隔は $d = 0.6$cm、回転円板の電位は $V = 10^4$V と名づけて考察する。回転円板と接地ガラス板の間には $E = V/d$ なる電場が存在するのでガウスの法則によって回転円板上には面密度 $\sigma = \epsilon_0 V/d$ の表面電荷が現れる。したがって中心軸からの距離が r の回転円板面上の上面および下面での電流面密度はどちら側でも $\mathcal{J} = \sigma r\omega$ となる。アンペールの法則を $r = a$ なる回転円板の上面のすぐ上の点 1 から円板に平行に $r = b$ なる点 2 まで進み、次に $r = b$ の回転円板の下面のすぐ下の点 3 まで下がり、そして回転円板の下面のすぐ下の $r = a$ なる点 4 まで円板に平行に進んで、また $r = a$ なる回転円板の上面のすぐ上の点 1 に戻る閉じた積分経路に対して適用する。この際、存在する磁場の方向は円板面と平行成分しか持たないので、線積分には $1 \to 2$ と $3 \to 4$ しか寄与しない。よって $B = \mu_0\sigma\omega(a + b)/2 = 5.8 \times 10^{-10}$T)

6.35 磁場測定のホール探針は砒素の加えられた 2×10^{15} 個/cm^3 の伝導電子と 1.6Ω·cm の抵抗率を持つシリコンからできている。ホール電圧はこの n-型シリコンの帯の間の電圧として測られる。このシリコン帯は幅 0.2cm、厚さ 0.005cm、そして長さ 0.5cm であって 1V の電池が 0.5cm の長さ方向の両端に接続されている。この探針が 1 キロガウスの磁束密度中に挿入されたたとき何 V の電圧が測られるか。 ($R = 800\Omega$ だから電流は 1.25×10^{-3}A、よって電流密度の大きさは $J = 1.25 \times 10^4\mathrm{A/m}^2$。Eq.65 より $\boldsymbol{E}_t = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}/ne$。必要な値を代入すると $E_t = 3.9$V/m。よって求める電圧は 7.8mV。)

6.36 Eq.65 の SI 版は $\boldsymbol{E}_t = -\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}/nq$ であることを示せ。ここで E_t は V/m、B は T、n は m^{-3}、q は C を単位とする。 (略)

6.37 2 つのソレノイドがあり、一方は他方の大きさの 1/10 である。大きい方のソレノイドは長さが 2m であり直径が 1m であって直径 1cm の銅線が巻かれている。このコイルが 120V の直流電源に接続されるとその中心の磁束密度は 1000 ガウスとなる。小さい方のコイルのサイズは銅線の太さまで含めてすべて 1/10 である。巻き数は同じで中心磁束密度も同じになるように設計されている。
(a) 必要電圧も同じで 120V であることを示せ。 (かけている電圧を V とし、導線の半径を a、コイルの半径を r、コイルの端から端までの距離 (長さ) を L、コイルの巻き数を N とする。コイルの中心点での磁束密度の大きさは $\frac{\mu_0 a^2 V}{4\rho r\sqrt{(L/2)^2 + r^2}}$。ここで ρ は銅の抵抗率である。長さのスケールをすべて 1/10 にしても、この磁束密度をたもつために加える電圧を変える必要はない。)
(b) 消費電力とこの発生する熱を冷却装置で除去する際の難しさについて 2 つのコイルを比較せよ。 ($P = RI^2$ の値は 1/10 モデルでは 1/10 になるが、導線の表面積が 1/100 になるので、全体のジュー

ル熱が 1/10 になっても単位表面積の発熱量は 10 倍になってしまう。)

6.38 この問題は Problem2.22 で扱った帯電した星間塵粒子に関することである。その質量はそこではふれなかったが 10^{-13}g としてよい。その粒子が磁束密度の大きさが 3×10^{-6} ガウスである領域の星間磁場の直交方向に速さ $v \ll c$ で動いているとしよう。ここで磁場による力以外は考えなくてよいものとする。この粒子が周回軌道を回りきるのに何年かかるか。 (Problem2.22 で余剰電子の数は $n=31$ 個となる。よって電子の質量を m、素電荷を e、一周する時間を T とすると $T=\frac{2\pi m}{neB}=13,000$ 年。)