

200 8 年 12 月 12 日出題

課題 1. 電流 I が点 O で地中に流れ込んだ。地中の抵抗率 ρ は一様と過程する。したがって電流は地中を半球状に一様にひろがるとする。地表上の 2 点 PQ の距離を Δr 、 $OP = D$ とする。 OP の延長上に Q がある。

(a) P と Q とではどちらが高電位か。

(b) P と Q の電位差 $\Delta\phi$ の絶対値を求めよ。

(c) 落雷により 100kA の電流が地面に鉛直に流れ込んだ。このとき、この地点から 60m 離れたところに裸足の人が両足の間隔 30cm で立っていた。この人間は死んでしまうか。人の代わりに前脚と後脚の間隔が 1.5m の牛が立っていたとする。牛は死んでしまうか。人も牛も抵抗は $4\text{k}\Omega$ とせよ。また地中の抵抗率は $100\Omega\cdot\text{m}$ である。人も牛も 100mA 以上の電流で命を落とす。

解答例

(a)

電流の流れる向きを考えると当然 P 点の方が電位は高い。

(b)

落雷地点から r だけ離れた地中の地点での電流密度の大きさは $J = I/2\pi r^2$ である。オームの法則より地中の電場の大きさは $E = \rho I/2\pi r^2$ となるから、半径 D と $D + \Delta r$ の地点との電位差は $\Delta V = -\int_D^{D+\Delta r} E dr = -\rho\Delta I/2\pi D(D + \Delta r)$ となる。よって答えは $\rho\Delta I/2\pi D(D + \Delta r)$ である。

(c)

人の抵抗を R と置くと、体内を流れる電流は $i = |\Delta V|/R$ で与えられる (と近似できる)。与えられた数値を用いると、人には 33mA 、牛には 163mA ほど流れてしまう。牛は落命するが、人は助かる (気絶はするだろう)。

課題 2. Problem 4.2 直径 4cm のアルミニウム棒を 8000A の電流が流れている。電流密度が一様であると仮定して棒の中心軸からの距離がそれぞれ 1cm 、 2cm 、 3cm のところの磁束密度の大きさを求めよ。

解答例

アンペールの法則 $\oint_{C=\partial S} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{a}$ を中心軸上に中心を持ち、中心軸と直交する面内に描かれた半径 r の円周を C として適用する。ここで電流を I とし、棒の半径

を a とすれば $J = I/\pi a^2$ であるので、

$$B(r) = \begin{cases} \frac{\mu_0 J r}{2} & \text{for } 0 \leq r \leq a \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} & \text{for } r \geq a \end{cases}$$

を得る。

数値を代入すると

$$\begin{aligned} B(1\text{cm}) &= 0.04\text{T} \\ B(2\text{cm}) &= 0.08\text{T} \\ B(3\text{cm}) &= 0.053\text{T} \end{aligned}$$

となる。